



OKTATÁSI HIVATAL

**A 2021/2022. tanévi
Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny
első forduló**

MATEMATIKA I. KATEGÓRIA
(szakgimnázium, technikum)
FELADATLAP

1. Egy 37 fős osztály dolgozatot írt. Bárhogyan is választunk ki az osztályból 7 diákot, mindig lesz a kiválasztottak között legalább 2 olyan tanuló, akinek azonos lett a dolgozatra kapott pontszáma. Bizonyítsa be, hogy van az osztályban legalább 4 fiú vagy 4 lány, akinek azonos lett a pontszáma.
2. Az $ABCD$ téglalapot egyik belső P pontján keresztül az oldalakkal párhuzamos egyenesekkel négy téglalagra osztottuk fel. Az így kapott téglalapok oldalhosszai egész számok. Közülük kiválasztható két olyan téglalap, amelyeknek egyetlen közös csúcsa P , és a téglalapok területe 11 és 47 területegység. Mekkora annak az egész oldalhosszúságú négyzetnek az oldala, amelyik ugyanakkora területű, mint az $ABCD$ téglalap?
3. Ádám összeszorozott két tízes számrendszerben felírt pozitív kétjegyű számot, és észrevette, hogy ha egymás után írta volna őket, akkor a szorzat kétszeresét kapta volna. Melyik két számot szorozta össze Ádám?
4. Határozza meg a p valós paraméter értékét, ha tudjuk, hogy a $p \cdot 10^x + 10^{-x} = 10$ egyenletnek csak egyetlen valós megoldása van.
5. Az $ABCD$ téglalap BC és DA oldalainak felezőpontja rendre E , illetve F , az FA szakasz felezőpontja N , a BF és EN szakaszok metszéspontja M . Milyen arányban osztja a CM egyenes az EF szakaszt?
6. Egy derékszögű háromszög oldalainak hossza növekvő sorrendben $p+q$, $3pq-2$, $3pq-1$. Adja meg a háromszög oldalainak hosszát, ha p és q pozitív prímszámok.

Mindegyik feladat helyes megoldása 10 pontot ér.

Az Országos Középiskolai Tanulmányi versenyek megvalósulását az NTP-TMV-M-21-A0002 projekt támogatja

