



OKTATÁSI HIVATAL

**A 2020/2021. tanévi
Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny
első forduló**

MATEMATIKA I. KATEGÓRIA
(szakgimnázium, technikum)

FELADATLAP

1. András, Béla és Csaba beszélgetnek. Andrásnak és Bélának néhány hete volt a születésnapja. Csaba tudni szeretné, hányadik születésnapjuk volt:
Csaba: Hány évesek vagytok?
András: Életkoraink összege 90 év.
Csaba: Ebből még nem tudom megállapítani.
Béla: Mindkettőnk életkora prímszám.
Csaba: Ebből még mindig nem tudom megállapítani.
András: Életkoraink különbsége négyzetszám.
Csaba: Még ebből sem tudom megállapítani.
Béla: Az életkorainkat leíró számok számjegyei között van összetett szám is.
Csaba: Most már tudom az életkoraitokat.
András: Ha tényleg tudod, akkor írd le az életkoraink szorzatát erre a papírra!
Ezután Csaba helyesen leírta az életkorok szorzatát. Mit írt a papírra, és miért?
2. Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán:
$$x^2 - 6x + 2x\sqrt{x} - 7\sqrt{x} + 6 = 0.$$
3. Az ABC hegyesszögű háromszög BC oldalának felezőpontja F , az AB egyenes D pontjára pedig teljesül, hogy az A pont elválasztja B és D pontokat, valamint $AD = AB$. Milyen arányban osztják egymást a DF és AC szakaszok?
4. Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán:
$$\sin|x| = |\sin x|.$$
5. Egy 5×5 -ös négyzetrács közepén áll egy bábu. A bábu egy lépésben olyan négyzetre lép át, amelynek pontosan egy közös csúcsa van azzal a négyzettel, amelyiken a bábu éppen áll. Mennyi a valószínűsége, hogy 2020 lépés után valamelyik sarokban lévő négyzeten áll a bábu?
6. A hegyesszögű ABC háromszögben $CA = CB$, a háromszög magasságpontja M , körülírt körének középpontja O . Mutassa meg, hogy ha ABC háromszög nem szabályos, akkor az AMO háromszög köré írt kör középpontja illeszkedik az AC oldalra.

Mindegyik feladat helyes megoldása 10 pontot ér.