Oktatási Hivatal

A 2018/2019. tanévi
Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny
első forduló

MATEMATIKA I. KATEGÓRIA

(SZAKGIMNÁZIUM, SZAKKÖZÉPISKOLA)

FELADATLAP

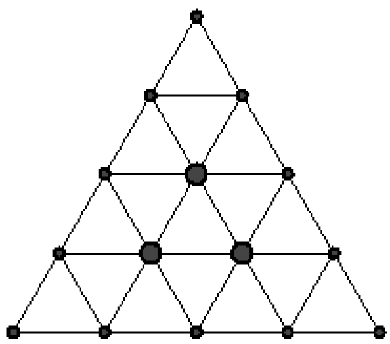
1. A tízes számrendszerben felírt x pozitív egész szám számjegyeinek összege 7, a számjegyek szorzata 6, és az x szám osztható 16-tal. Határozza meg az összes ilyen számot.

2. Hányféle módon állítható elő a 2018 legalább két egymást követő pozitív egész szám összegeként?

3. Egy ládában megromlott a benne levő almák egy része. Eltávolítunk 10 hibás almát, így annak a valószínűsége, hogy a maradékból véletlenszerűen kivéve egy almát, az hibás lesz, felére csökken az eredetihez képest. Ezután még 5 hibás almát kiveszünk. Ezzel annak a valószínűsége, hogy a maradékból véletlenszerűen egyet kivéve, a kivett alma hibás lesz, az egyötödére csökken az eredeti állapothoz képest. Hány jó alma volt a ládában?

4. Az $ABCD$ húrnégyszög AC átlója a húrnégyszög körülírt körének átmérője. Bizonyítsa be, hogy a négyszög szemközti oldalainak a BD átlóra eső merőleges vetületei egyenlő hosszúak.

5. A mellékelt ábra szerinti táblán korongokkal játszunk. Induláskor 3 korong van a táblán, a rajzon ezeket a nagyobb körök jelzik. Két pont szomszédos, ha él köti össze őket. A tábla szabad pontjaiba egyenként további korongokat akarunk helyezni úgy, hogy ha a feltett korongnak van szomszédja (egy vagy több), akkor a szomszédok közül pontosan egyet kötelező levenni. A játék folyamán mennyi lehet a táblán lévő korongok
   a) minimális száma?
   b) maximális száma?
   c) Adjon meg egy eljárást a maximális érték eléréséhez.



6. Az $ABCD$ trapéz párhuzamos oldalai AB és CD, amelyekre $AB > CD$, továbbá teljesül, hogy a trapéz AD szára merőleges AB-re. Az AD szár, mint átmérő fölé szerkesztett kör a BC szárat érinti. Jelöljük a trapéz átlóinak metszéspontját E-vel és húzzunk az E ponton át párhuzamost az AB oldallal, ez az egyenes a BC szárat az F pontban metszi. Az AD szár felezőpontját O-val jelöljük.
   Bizonyítsa be, hogy $AF \parallel OC$ és $OF \perp BC$.

Minden feladat helyes megoldása 10 pontot ér.