



## Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny 2011/2012 Matematika I. kategória (SZAKKÖZÉPISKOLA)

### 2. forduló

1. Az  $x$  valós számra teljesül a

$$2 \cdot \sin 2x = 2 \cdot \sin^3 x + \cos 2x \cdot \sin|x|$$

egyenlőség. Milyen értékeket vehet föl  $\cos x$ ?

2. A  $3p \cdot x + 12q \cdot y + 121 = 0$  egyenletű egyenes érinti a  $4y^2 = x$  egyenletű parabolát, ahol  $p$  és  $q$  pozitív prímszámok.

Határozza meg az egyenes és a parabola érintési pontjának koordinátáit!

3. Adott az  $e$  egyenes, és adottak az  $e$  egyenesen az  $A; B; C$  pontok ebben a sorrendben. Legyen a  $B$  ponton áthaladó, a  $BA$  és  $BC$  félegyenesektől különböző félegyenes tetszőleges pontja  $P$ . Az  $ABP$  és  $BCP$  háromszögek köré írható körök középpontját jelölje rendre  $E$  és  $D$ .

Határozza meg a  $DE$  távolságot, ha adott az  $AC = d$  szakasz és a derékszögnél kisebb  $PBC \angle = \alpha$  szög!

4. Oldja meg a valós számok halmazán a

$$\left(\sqrt{3+\sqrt{8}}\right)^x + \left(\sqrt{3-\sqrt{8}}\right)^x = 34$$

egyenletet!

5. Az  $ABCD$  négyszög húrnégyszög. Az  $ABC$  háromszög magasságpontja legyen  $M_1$ , az  $ABD$  háromszögé pedig  $M_2$ .

Bizonyítsa be, hogy

$$M_1 M_2 \parallel CD \quad !$$

Minden feladat helyes megoldásáért 10 pont adható.