



Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny, 2009–2010-es tanév

MATEMATIKA, III. kategória

Döntő, a gimnáziumok speciális matematikai osztályai részére

Fontos tudnivalók:

1. A dolgozaton **nem szabad feltüntetni a versenyző nevét**. A kidolgozás során felhasznált minden papírlapra írja fel a tanuló a **számjelét**.
2. A feladatok megoldására fordítható idő: **5 (öt) óra**. A feladatok megoldásához bármely tárgyi segédeszköz (szakkönyv, példatár, zsebszámológép stb.) szabadon használható (kivéve, ha a feladat szövege megtiltja pl. számítógép használatát). Egyébként azonban **önállóan kell dolgozniuk** a versenyzőknek (és telefon, internet stb. sem használható). Programozható zsebszámológép igénybevétele esetén mind a feladat megoldását szolgáló programot, mind pedig magát a megoldást meg kell adni.
3. Ha a versenyző valamelyik feladat megoldásában olyan ismeretre támaszkodik, amely nem szerepel a kategóriájának matematika törzsanyagában, akkor *pontosan* hivatkoznia kell arra a forrásra, ahonnan azt merítette. A versenybizottság csak kellően megindokolt megoldásokat fogad el, **az eredmény puszta közlése nem értékelhető**. Nem fogadható el könyvből, példatárból stb. olyan feladatra történő hivatkozás sem, amely feladatnak a megoldása ott nincs kidolgozva.
4. A dolgozathoz **nem szükséges fogalmazványt** (piszkozatot) **készíteni**, de törekedni kell a megoldások világos, szabatos megfogalmazására és áttekinthető, olvasható leírására. A **feladatokat tetszés szerinti sorrendben** lehet megoldani, lehetőleg feladatonként új oldalon. Valamely feladatra adott második megoldás nem pótolja egy másik feladat hiányzó megoldását.
5. A dolgozatok elbírálásának megkönnyítése céljából kérjük a versenyzőket, hogy minden darab papírt adjanak be, amelyen érdemleges munkát végeztek. A verseny feladatait tartalmazó feladatlapot a versenyzők megtarthatják.
6. Azokat a versenyzőket, akiknek dolgozatából kétségtelenül megállapítható együttműködésük, **kizárjuk a versenyből**.

Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny, 2009–2010-es tanév
MATEMATIKA, III. kategória
A döntő feladatai
a gimnáziumok speciális matematikai osztályainak tanulói részére

1. Igazoljuk, hogy végtelen sok olyan derékszögű háromszög van, amelyben az oldalhosszak relatív prím egész számok, és az átfogó hosszából bármelyik befogó hosszát levonva egy-egy köbszámot kapunk.
2. Az ABC háromszög szögei $\pi/7$, $2\pi/7$, $4\pi/7$. A háromszög szögfelezői a szemközti oldalakat az A_1 , B_1 , C_1 pontokban metszik. Mutassuk meg, hogy az $A_1B_1C_1$ háromszög egyenlő szárú.
3. Egy k élhosszúságú kocka három egy csúcsba futó lapját teljesen le akarjuk ragasztani k^2 darab 3×1 méretű címkével. Milyen k -ra lehet ezt megtenni?