



A 2009/2010. tanévi
Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny
második forduló

MATEMATIKA
I. (szakközépiskolai) kategória
FELADATLAP

Fontos tudnivalók:

- 1. A versenyző a kidolgozás során használt minden papírlap jobb felső sarkába csak a kódszámot írja fel!
- 2. A feladatok megoldására fordítható idő 5 (öt) óra.
- 3. A feladatok megoldásához bármely írásos tárgyi eszköz (szakkönyv, példatár stb.) szabadon használható, de számológép vagy egyéb elektronikus eszköz (pl. mobiltelefon) nem használható! A versenyzőknek önállóan kell dolgozniuk!
- 4. Ha a versenyző valamelyik feladat megoldásában olyan eszközökre támaszkodik, amelyek nem szerepelnek kategóriája matematika könyveiben, akkor pontosan hivatkozni kell arra a forrásra, ahonnan azt merítette. A feladatok pontos megoldását ebben az esetben is le kell írnia, és azokat a felhasznált tételeket, fogalmakat, amelyek a tananyagban nem szerepelnek, meg kell fogalmaznia, illetve meg kell határoznia. A versenybizottság csak kellően megindokolt megoldásokat fogad el. Az eredmény puszta közlése nem értékelhető. Nem fogadható el könyvből, példatárból stb. olyan feladatra történő hivatkozás sem, amely feladatnak a megoldása ott nincs kidolgozva.
- 5. A dolgozatokhoz nem szükséges fogalmazványt (piszkozatot) készíteni, de törekedni kell a megoldások világos, szabatos megfogalmazására és áttekinthető, olvasható leírására. Ceruzával írt szöveg nem fogadható el. A feladatokat tetszés szerinti sorrendben lehet megoldani, lehetőleg feladatonként új oldalon kezdve.
- 6. A dolgozatok elbírálásának megkönnyítése céljából kérjük a versenyzőket, hogy minden lapot adjanak be, amelyen érdemleges munkát végeztek, és jól láthatóan húzzák át azt, amit munkájukból értéktelennek ítélnék. A verseny feladatait tartalmazó lapot a versenyzők megtarthatják.
- 7. Azokat a versenyzőket, akiknek a dolgozatából kétségtelenül megállapítható az együttműködés, kizárjuk a versenyből.

Budapest, 2010. január

Versenyzbizottság

Eredmények:

Feladatok	1.	2.	3.	4.	5.	Összesen	Javítók aláírása
Pontszám							
Pontszám							

A VERSENYZŐ ADATAI

A versenyző kódszáma:

A versenyző neve: oszt.:

Az iskola neve:

Az iskola címe: irsz. város

..... utcahsz.

Megye:

A felkészítő tanár(ok) neve:

.....

A megoldást tartalmazó lapok sorszámozva és ezzel a lappal összetűzve küldendők be!



Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny 2009/2010 Matematika I. kategória (SZAKKÖZÉPISKOLA)

2. forduló

1. Oldja meg a valós számok legbővebb részalmazán a

$$\left(\frac{2009}{2010}\right)^{\log_{2010} \log_{\frac{1}{2009}} \left(x - \frac{2010}{2009}\right)} < 1$$

egyenlőtlenséget!

2. Az ABC háromszög A csúcsból induló belső szögfelezője a K pontban metszi a BC oldalt. Az ABK háromszög belülírt körének és az ABC háromszög körülírt körének a középpontja egybeesik.

Mekkorák az ABC háromszög szögei?

3. Mutassa meg, hogy ha az n, m természetes számokra

$$f(n+m) = f(n) + f(m) + 1 \text{ és } f(1) = 2$$

teljesül, akkor az

$$f(1); f(2); f(3); \dots; f(n)$$

számok számtani sorozatot alkotnak!

Számítsa ki a számtani sorozat első 2010 tagjának összegét!

4. Oldja meg az

$$|x - 4y + 1| + |y - 3x - 2| + |x + y + 2| + |x + 2y + 3| = 4$$

egyenletet, ha $x \in Z$ és $y \in Z$!

5. Egy 12 oldalú konvex sokszög belsejében 1000 pontot helyeztünk el úgy, hogy a sokszög 12 csúcsa, valamint ezek a felvett pontok – összesen 1012 pont – közül semelyik három nem illeszkedik egy egyenesre.

Maximálisan hány olyan háromszöget készíthetünk, amelynek mindhárom csúcsa az 1012 pont közül kerül ki?

Minden feladat helyes megoldásáért 10 pont adható.