Oktatási Hivatal

Az Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny
2007-2008. tanévi harmadik, döntő fordulójának feladatai
matematikából, a II. kategória számára

1. Egy urnában van $n+2$ darab cédula. Két cédulán páros szám, n darabon pedig páratlan szám van, ahol $n \geq 2$. Ketten játszanak A és B. Minden játékot A kezd, kihúz két cédulát visszatevés nélkül, majd B is ugyanezt teszi. Az A játékos nyer, ha az általa húzott számok összege páros, de B összege páratlan. B nyer, ha az ő két számának összege páros, de A összege páratlan. Ha mindkettőjük összege egyszerre páros, vagy egyszerre páratlan, akkor újra játszanak. Milyen n érték esetén lesz a legkisebb az újrajátszás valószínűsége?

2. Az ABC háromszög BC oldalának felezőpontja D. Az ABD és ADC háromszögek köré írt körök középpontjai rendre E és F. A BE és CF egyenesek metszéspontja G. Tudjuk, hogy $BC=2DG=2008$ és $EF = 1255$ egység. Mekkora az AEF háromszög területe?

3. Egy 2 egység magasságú egyenes körhenger alapkörének átmérője legyen egy egység. A hengert olyan síkkal messük el, mely a forgástengellyel 45°-os szöget zár be és az alapkörrel egyetlen közös pontja van. Legyen ez a pont O. A hengerpalástot ezután az O ponton átmenő alkotó mentén felvágva kiterítjük, ami által a metszetgörbe síkgörbe lesz.

Mely $x \mapsto f(x)$ függvény grafikonja ez a síkgörbe?

Valamennyi feladat 7 pontot ér.