

Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny, 2005–2006-os tanév

MATEMATIKA, III. kategória

Döntő, a gimnáziumok speciális matematikai osztályai részére

Fontos tudnivalók:

1. A dolgozaton **nem szabad feltüntetni a versenyző nevét**. A kidolgozás során felhasznált minden papírlapra írja fel a tanuló a **számjelét**.
2. A feladatok megoldására fordítható idő: **5 (öt) óra**. A feladatok megoldásához bármely tárgyi segédeszköz (szakkönyv, példatár, zsebszámológép stb.) szabadon használható (kivéve, ha a feladat szövege megtiltja pl. számítógép használatát). Egyébként azonban **önállóan kell dolgozniuk** a versenyzőknek (és telefon, internet stb. sem használható). Programozható zsebszámológép igénybevétele esetén mind a feladat megoldását szolgáló programot, mind pedig magát a megoldást meg kell adni.
3. Ha a versenyző valamelyik feladat megoldásában olyan ismeretre támaszkodik, amely nem szerepel a kategóriájának matematika törzsanyagában, akkor *pontosan* hivatkozniya kell arra a forrásra, ahonnan azt merítette. A versenybizottság csak kellően megindokolt megoldásokat fogad el, **az eredmény puszta közlése nem értékelhető**. Nem fogadható el könyvből, példatárból stb. olyan feladatra történő hivatkozás sem, amely feladatnak a megoldása ott nincs kidolgozva.
4. A dolgozathoz **nem szükséges fogalmazványt** (piszkozatot) **készíteni**, de törekedni kell a megoldások világos, szabatos megfogalmazására és áttekinthető, olvasható leírására. A **feladatokat tetszés szerinti sorrendben** lehet megoldani, lehetőleg feladatonként új oldalon. Valamely feladatra adott második megoldás nem pótolja egy másik feladat hiányzó megoldását.
5. A dolgozatok elbírálásának megkönnyítése céljából kérjük a versenyzőket, hogy minden darab papírt adjanak be, amelyen érdemleges munkát végeztek. A verseny feladatait tartalmazó feladatlapot a versenyzők megtarthatják.
6. Azokat a versenyzőket, akiknek dolgozatából kétségtelenül megállapítható együttműködésük, **kizárjuk a versenyből**.

Budapest, 2006. március

A versenybizottság

Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny, 2005–2006-os tanév

MATEMATIKA, III. kategória

A döntő feladatai

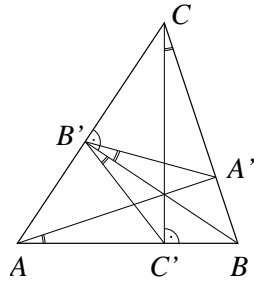
a gimnáziumok speciális matematikai osztályainak tanulói részére

1. Egy tetszőleges, nem derékszögű háromszög esetén rajzoljuk meg a talpponti háromszöget, majd ennek a talpponti háromszögét stb. (a talpponti háromszög csúcsai a három magasságvonalnak a hozzájuk tartozó oldalegyenessel való metszéspontjai). Hány olyan, páronként nem hasonló háromszög létezik, amelynek a szögei fokokban mérve egész számok, és az eljárás során előbb-utóbb az eredetihez hasonló háromszöghöz jutunk?
2. Az r és s pozitív egészekekről tudjuk, hogy bármely k pozitív egészre ks -nek legalább annyi osztója van, mint kr -nek. Lássuk be, hogy r osztója s -nek.
3. Egy kocka élhossza n egység. A felületét alkotó $6n^2$ darab egység-négyzet közül maximálisan hányat lehet kijelölni úgy, hogy semelyik kettőnek ne legyen közös oldala?

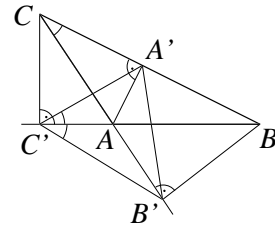


OKÉV

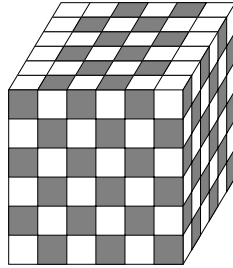
Országos Közoktatási
Értékelési és Vizsgaközpont



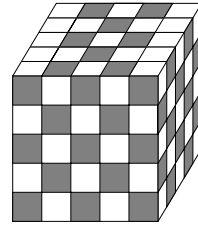
1. ábra



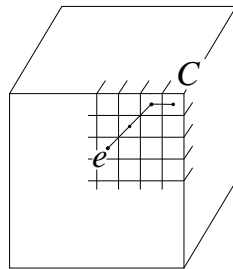
2. ábra



3a ábra

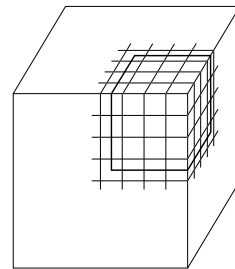


3b ábra



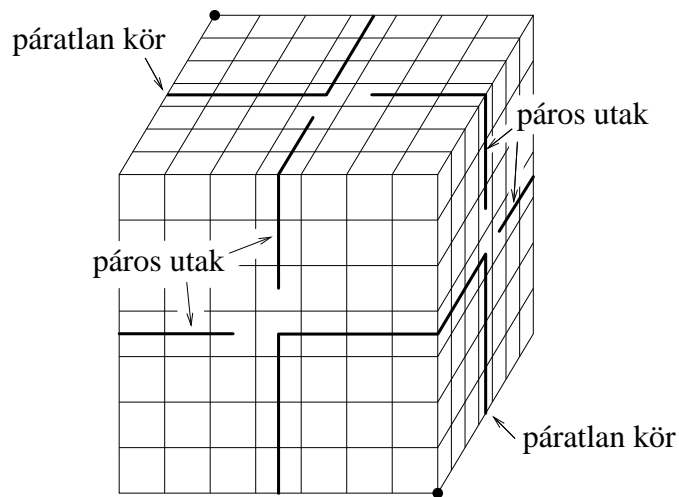
e és C távolsága 3

4. ábra



A C csücsztől 3 távolságra levő
négyzetek 21 hosszúságú köre

5. ábra



6. ábra