



**A 2005-2006. tanévi matematika OKTV I. kategória
döntő fordulójának feladatai**

1. Igazolja, hogy három egymás után következő egész szám négyzetének összege nem lehet egy egész szám köbe!

(10 pont)

2. Mennyi az a paraméter értéke, ha az $x^2 = y^2$ és az $(x-a)^2 + y^2 = 1$ egyenletekből álló egyenletrendszernek pontosan három megoldása van?

(10 pont)

3. Egy A_0 végpontú félegyenesen rendre föl vesszük az A_1, A_2, \dots, A_n pontokat úgy, hogy

$$d(A_0 A_1) = 1, \quad d(A_1 A_2) = 3, \quad d(A_2 A_3) = 5, \quad \dots, \quad d(A_{n-1} A_n) = 2n - 1.$$

A kapott $A_{i-1} A_i$ szakaszokra a szakaszokkal egyenlő oldalhosszúságú szabályos háromszögeket szerkesztünk, amelyeknek a félegyenesre nem illeszkedő csúcsai C_1, C_2, \dots, C_n .

Bizonyítsa be, hogy $d(A_1 C_i)$ minden i -re egész ! $(i = 1; 2; \dots; n)$

Milyen görbén helyezkednek el a C_i pontok?

(10 pont)