

**A 2004–2005-ös tanév matematika OKTV I. kategória
(szakközépiskolások)
első fordulójának feladatai**

1. feladat

Melyek azok a 10-es számrendszerbeli háromjegyű pozitív egész számok, amelyeknek számjegyei közül valamelyik a 3-as, továbbá a számjegyek összege és szorzata egyenlő? 9 pont

2. feladat

Az ABC háromszög AB oldalán vegyük föl az M és N pontokat úgy, hogy $AM = MN = NB$ legyen. Jelölje A_1 a BC és B_1 az AC oldalak felezőpontját, valamint P legyen a BB_1 és CN , K pedig az AA_1 és CM szakaszok metszéspontja! Fejezze ki a PK szakasz hosszát az AB oldal hosszával! 10 pont

3. feladat

Oldja meg az

$$x^2 \cdot y^2 - 7x \cdot y^2 + 10y^2 + 44xy - 154y + 484 = 0$$

egyenletet, ha x és y pozitív prímszámok! 11 pont

4. feladat

Van-e olyan n természetes szám, amelyre az $A = 3n^2 + 3n + 7$ kifejezés egy természetes szám köbével egyenlő? 12 pont

5. feladat

A szimmetrikus $ABCD$ trapéz hosszabbik alapja AB . Az ABC háromszögbe írt kör középpontja O_1 , a BCD háromszögbe írt kör középpontja O_2 . Bizonyítsa be, hogy O_1O_2 merőleges AB -re! 13 pont

6. feladat

Egy elektronikus levelezőtársaságnak 2004 tagja van. Közülük néhányan személyesen is ismerik egymást (az ismeretség kölcsönös). Bizonyítsa be, hogy a 2004 tag két csoportba osztható úgy, hogy a csoportokon belüli személyes ismeretségek számának összege nem több, mint a két csoport tagjai közötti ismeretségek száma! 15 pont