

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2023. május 9.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

minden vizsgázó számára

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

OKTATÁSI HIVATAL

Fontos tudnivalók

Formai előírások:

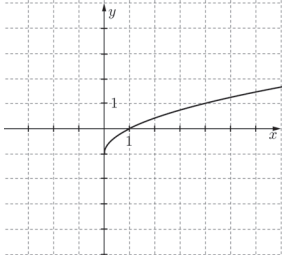
1. Kérjük, hogy a dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől **eltérő színű tollal, olvashatóan** javítsa ki.
2. A feladatok mellett található szürke téglalapok közül az elsőben a feladatra adható maximális pontszám van, a javító által adott **pontszám a** mellette levő **téglalapba** kerüljön.
3. **Kifogástalan megoldás** esetén kérjük, hogy a maximális pontszám feltüntetésével mellett kipipálással jelezze, hogy az adott gondolati egységet látta, és jónak minősítette.
4. Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy **a hiba jelzése** mellett az egyes **részpontszámokat** is írja rá a dolgozatra. Ha a dolgozat javítását jobban követhetővé teszi, akkor a vizsgázó által elvesztett részpontszámok jelzése is elfogadható. Ne maradjon olyan részlet a megoldásban, amelyről a javítás után nem nyilvánvaló, hogy helyes, hibás vagy fölösleges.
5. A javítás során **alkalmazza az alábbi jelöléseket**.
 - helyes lépés: *kipipálás*
 - elvi hiba: *kétszeres aláhúzás*
 - számolási hiba vagy más, nem elvi hiba: *egyszeres aláhúzás*
 - rossz kiinduló adattal végzett helyes lépés: *szaggatott vagy áthúzott kipipálás*
 - hiányos indoklás, hiányos felsorolás vagy más hiány: *hiányjel*
 - nem érthető rész: *kérdőjel és/vagy hullámvonal*
6. Az ábrán kívül **ceruzával** írt részeket ne értékelje.

Tartalmi kérések:

1. Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól **eltérő megoldás** születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit, és ennek alapján pontozzon.
2. A pontozási útmutató pontjai tovább **bonthatók, hacsak az útmutató másképp nem rendelkezik**. Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
3. Ha a megoldásban **számolási hiba**, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, és a megoldandó probléma lényegében nem változik meg, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
4. **Elvi hibát** követően egy gondolati egységen belül (ezeket az útmutatóban kettős vonal jelzi) a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel – mint kiinduló adattal – helyesen számol tovább a következő gondolati egységekben vagy részkérdésekben, akkor ezekre a részekre kapja meg a maximális pontot, ha a megoldandó probléma lényegében nem változott meg.
5. Ha az útmutatóban egy **megjegyzés** zárójelben szerepel, akkor ennek hiánya esetén is teljes értékű a megoldás.

-
6. **Mértékegység hiánya esetén** csak akkor jár pontlevonás, ha a hiányzó mértékegység válaszban vagy mértékegység-átváltásban szerepel (zárójel nélkül).
7. Egy feladatra adott többféle megoldási próbálkozás közül **a vizsgázó által megjelölt változat értékelhető**. A javítás során egyértelműen jelezze, hogy melyik változatot értékelte, és melyiket nem.
8. A megoldásokért **jutalompont** (az adott feladatra vagy feladatrészre előírt maximális pontszámot meghaladó pont) **nem adható**.
9. Egy feladatra vagy részfeladatra adott összpontszám **nem lehet negatív**.
10. Az olyan részszerkesztésekért, részlépésekért **nem jár pontlevonás**, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használ fel.
11. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el**: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban fellelhető táblázatok helyettesítése (sin, cos, tg, log és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont.**
12. Az **ábrák** bizonyító erejű felhasználása (például adatok leolvasása méréssel) nem elfogadható.
13. **Valószínűségek** megadásánál (ha a feladat szövege másképp nem rendelkezik) a százalékban megadott helyes válasz is elfogadható.
14. Ha egy feladat szövege nem ír elő kerekítési kötelezettséget, akkor az útmutatóban megadottól eltérő, **ésszerű és helyes kerekítésekkel** kapott rész- és végeredmény is elfogadható.
15. **A vizsgafeladatsor II. B részében kitűzött 3 feladat közül csak 2 feladat megoldása értékelhető**. A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben – feltehetőleg – megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, amelynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani. Ha a vizsgázó nem jelölte meg, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, és a választás ténye a dolgozatból sem derül ki egyértelműen, akkor a nem értékelendő feladat automatikusan a kitűzött sorrend szerinti utolsó feladat lesz.

I.

1.		
$(21\,000 \cdot 0,8 =) 16\,800$ Ft	2 pont	
Összesen:	2 pont	
2.		
$\left(\frac{7 \cdot 6}{2} =\right) 21$	2 pont	
Összesen:	2 pont	
3.		
$\bar{B} = \{1; 2; 4; 5; 7; 8\}$	1 pont	
$A \setminus B = \{2; 5; 7\}$	2 pont	
Összesen:	3 pont	
4.		
A vizsgázó az $x \mapsto \sqrt{x}$ függvény grafikonjából kiindulva,	1 pont	
eltolta azt az y tengely mentén 1 egységgel negatív irányba.	1 pont	
Összesen:	2 pont	
5.		
$420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$	1 pont	
$504 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$	1 pont	
A két szám legnagyobb közös osztója: $2^2 \cdot 3 \cdot 7 = 84$.	1 pont	
Összesen:	3 pont	
6.		
$\overline{AB}(1; -5)$	2 pont	
Összesen:	2 pont	
7.		
$q = \frac{9}{6} = 1,5$	1 pont	
$a_1 = (6 : 1,5 =) 4$	1 pont	
$S_6 = 4 \cdot \frac{1,5^6 - 1}{1,5 - 1} = 83,125$.	2 pont	$4 + 6 + 9 + 13,5 + 20,25 + 30,375 = 83,125$
Összesen:	4 pont	

8.		
$(5 \cdot 4 \cdot 3 =) 60$	2 pont	
Összesen:	2 pont	

9.		
B, D	2 pont	<i>Egy helyes válasz, vagy két helyes és egy hibás válasz esetén 1 pont, minden más esetben 0 pont jár.</i>
Összesen:	2 pont	

10.		
$(-3; 5)$	2 pont	
Összesen:	2 pont	

11.		
$(r = \sqrt[3]{\frac{1989 \cdot 3}{\pi \cdot 4}} \approx) 7,8$ (cm)	2 pont	
Összesen:	2 pont	

12. első megoldás																																																			
Két kockával 36-féle számpárt dobhatunk (összes eset száma).	1 pont	<table border="1"> <tr> <td>$\begin{matrix} p \backslash k \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix}$</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>2</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>5</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>6</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	$\begin{matrix} p \backslash k \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix}$	1	2	3	4	5	6	1							2							3							4							5							6						
$\begin{matrix} p \backslash k \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix}$	1		2	3	4	5	6																																												
1																																																			
2																																																			
3																																																			
4																																																			
5																																																			
6																																																			
A kedvező esetek (kék; piros): (6; 1), (6; 2), (6; 3), (6; 4), (6; 5), (5; 1), (5; 2), (5; 3), (5; 4), (4; 1), (4; 2), (4; 3), (3; 1), (3; 2), (2; 1), összesen 15.	2 pont																																																		
A kérdéses valószínűség $\frac{15}{36} \approx 0,417$.	1 pont																																																		
Összesen:	4 pont																																																		

12. második megoldás		
Két kockával 36-féle számpárt dobhatunk (összes eset száma).	1 pont	
Ezek között 6 eset van, amikor két egyforma számot dobunk, így $\frac{36-6}{2} = 15$ olyan eset van, amikor a kék dobás nagyobb, mint a piros.	2 pont	
A kérdéses valószínűség $\frac{15}{36} \approx 0,417$.	1 pont	
Összesen:	4 pont	

II. A

13. a)		
$(f(1) = (1 + 3)^2 - 2,25 =) 13,75$	2 pont	
Összesen:	2 pont	

13. b)		
$(x + 3)^2 - 2,25 = 0$	1 pont	$ x + 3 = 1,5$
$x^2 + 6x + 6,75 = 0$	1 pont	$x + 3 = 1,5$ vagy $x + 3 = -1,5$
$x = -1,5$ és $x = -4,5$.	2 pont	
Összesen:	4 pont	

13. c)		
Az f függvénynek az $x = -3$ helyen minimuma van, melynek értéke -2,25 .	1-1 pont	
Összesen:	3 pont	

13. d)		
Az állítás hamis.	1 pont	
Helyes indoklás (pl.: az f függvény minimuma $-2,25$).	1 pont	
Összesen:	2 pont	

14. a) első megoldás		
A feladat szövege alapján: $AE = EC = x$, $EB = 12 - x$.	2 pont	$EB = y$, $AE = EC = 12 - y$
Az EBC derékszögű háromszögben a Pitagorasz-tétel alapján: $(12 - x)^2 + 6^2 = x^2$.	1 pont	$y^2 + 6^2 = (12 - y)^2$
$180 = 24x$	1 pont	$y = 4,5$
$x = 7,5$ cm valóban.	1 pont	
Összesen:	5 pont	

14. a) második megoldás		
Ha $AE = 7,5$ cm, akkor $EB = 12 - 7,5 = 4,5$ cm.	1 pont	
Mivel $4,5^2 + 6^2 = 7,5^2$, ezért ekkor $EC = 7,5$ cm valóban (tehát $AECF$ négyszög valóban egy $7,5$ cm oldalú rombusz).	2 pont	
Ha AE rövidebb (hosszabb) lenne, mint $7,5$ cm, akkor EB hosszabb (rövidebb) lenne, mint $4,5$ cm, így ekkor EC hosszabb (rövidebb) lenne, mint $7,5$ cm, tehát $AECF$ nem lenne rombusz. (Tehát a rombusz oldalhosszának az egyetlen lehetséges értéke valóban $7,5$ cm.)	2 pont	
Összesen:	5 pont	

14. b)		
A rombusz A és C csúcsnál lévő α belső szöge egyenlő a BEC szöggel.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
$\sin \alpha = \frac{6}{7,5}$	1 pont	<i>A rombusz AC átlója felezi az α szöget, így</i> $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{6}{12}$.
Ebből $\alpha \approx 53,1^\circ$.	1 pont	
Az E és F csúcsnál lévő belső szögek nagysága $(180^\circ - 53,1^\circ =) 126,9^\circ$.	1 pont	
Összesen:	4 pont	

14. c)		
A téglalap területe $12 \cdot 6 = 72 \text{ cm}^2$,	1 pont	$\frac{T_{\text{rombusz}}}{T_{\text{téglalap}}} = \frac{AE}{AB}$
a rombusz területe $7,5 \cdot 6 = 45 \text{ cm}^2$.	1 pont	
$\frac{45}{72} = 0,625$	1 pont	$\frac{7,5}{12} = 0,625$
Így a rombusz területe $62,5\%$ -a a téglalap területének.	1 pont	
Összesen:	4 pont	

Megjegyzés: Ha a vizsgázó megoldásában közelítő értékeket is használ, akkor ezért ne veszítsen pontot.

15. a)		
2022-től 2100-ig 78 év telik el,	1 pont	
így $8 \cdot 1,01^{78} \approx$	1 pont	
$\approx 17,38$ milliárd fő élne 2100 végén a Földön.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

15. b)		
(Jelölje n a 2022 után eltelt évek számát.) A feladat szövege alapján $8 \cdot 1,01^n = 12$.	1 pont	
$1,01^n = 1,5$	1 pont	
$n = \log_{1,01} 1,5 \left(= \frac{\lg 1,5}{\lg 1,01} \right) \approx 40,75$	2 pont	
Tehát (2022 + 41 =) 2063-ban érné el a Föld népessége a 12 milliárd főt.	1 pont	
Összesen:	5 pont	

Megjegyzés: Ha a vizsgázó évről évre (helyes kerekítéssel) kiszámolja a Föld népességét, és ez alapján helyes választ ad, akkor a teljes pontszám jár.

15. c) első megoldás		
(2100 – 2022 = 78, így) ha q -val jelöljük azt, hogy évről évre hányszorosára nő a népesség, akkor $8 \cdot q^{78} = 10,35$.	1 pont	
$q = \sqrt[78]{\frac{10,35}{8}} \approx 1,0033$	2 pont	
Évente kb. 0,33%-kal kellene növekednie a népességnek.	1 pont	
Összesen:	4 pont	

15. c) második megoldás		
(2100 – 2022 = 78, így) ha p a növekedés százalékos értéke, akkor $8 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^{78} = 10,35$.	2 pont	
$1 + \frac{p}{100} = \sqrt[78]{\frac{10,35}{8}}$	1 pont	
$p \approx 0,33$ (Tehát évente kb. 0,33%-kal kellene növekednie a népességnek.)	1 pont	
Összesen:	4 pont	

II. B

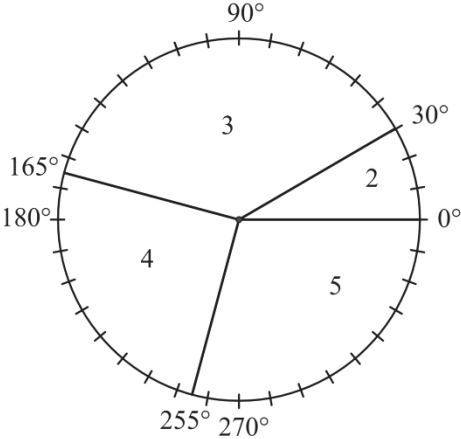
16. a) első megoldás		
Nem választotta a 16-os feladatot a vizsgázók 25%-a (6 fő), nem választotta a 17-es feladatot a vizsgázók 37,5%-a (9 fő).	2 pont	
Így a 18-ast ($100 - 25 - 37,5 =$) 37,5% (9 fő) nem választotta,	1 pont	<i>A vizsgázóknak ez a (25 + 37,5 =) 62,5 százaléka választotta a 18-as feladatot.</i>
azaz 15 fő, tehát a vizsgázók 62,5%-a választotta a 18-as feladatot.	1 pont	
Összesen:	4 pont	

16. a) második megoldás		
Ha a 18-as feladatot választók százalékos aránya x , akkor a 75, a 62,5 és az x összeadásakor minden vizsgázót kétszer számolunk.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
Megoldandó az $75 + 62,5 + x = 200$ egyenlet,	2 pont	
amelyből $x = 62,5$, azaz a vizsgázók 62,5%-a választotta a 18-as feladatot.	1 pont	
Összesen:	4 pont	

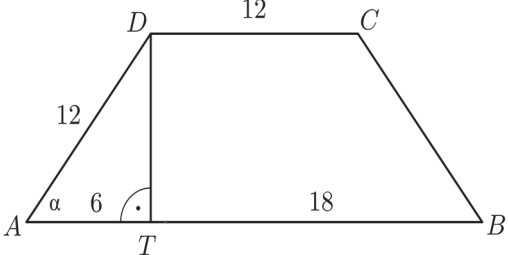
16. b)		
Az osztályzatok átlaga: $\frac{2 \cdot 2 + 9 \cdot 3 + 6 \cdot 4 + 7 \cdot 5}{24} =$	1 pont	
$= 3,75.$	1 pont	
Összesen:	2 pont	

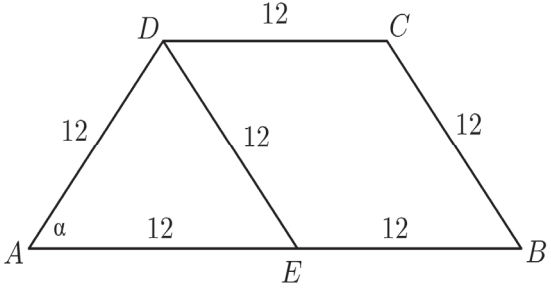
16. c)		
Az adatok módusza 3,	1 pont	
mediánja 4,	1 pont	
terjedelme 3.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

16. d)		
Az egy diákhoz tartozó középponti szög $\frac{360^\circ}{24} = 15^\circ.$	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
Az egyes osztályzatokhoz tartozó középponti szögek nagysága: 2-es: 30° , 3-as: 135° , 4-es: 90° , 5-ös: $105^\circ.$	1 pont	

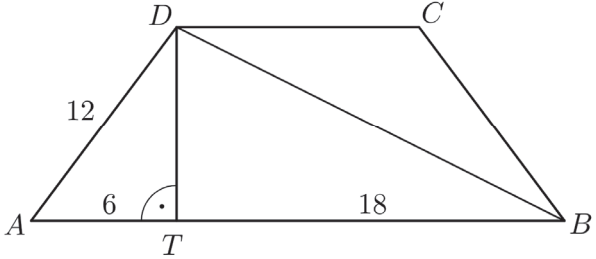
<p>Helyes kördiagram, például:</p> 	<p>2 pont</p>	
Összesen:		4 pont

16. e)		
<p>A két kettes osztályzatú dolgozatot mindenképpen kiválasztja.</p>	<p>1 pont</p>	<p><i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i></p>
<p>A többi osztályzat esetében $\binom{9}{2} = 36$, $\binom{6}{2} = 15$, illetve $\binom{7}{2} = 21$ lehetőség van.</p>	<p>2 pont</p>	
<p>A megfelelő kiválasztások száma: $36 \cdot 15 \cdot 21 = 11\,340$.</p>	<p>1 pont</p>	
Összesen:		4 pont

17. a) első megoldás		
<p>A trapéz D-ből induló magasságának T talppontja az AB alapot egy $\left(\frac{24-12}{2} =\right) 6$ cm hosszú és egy $(24 - 6 =) 18$ cm hosszú szakaszra osztja.</p> 	<p>1 pont</p>	
<p>Az így keletkező ATD derékszögű háromszög egy szabályos háromszög fele, így a kérdéses szög valóban 60°-os.</p>	<p>2 pont</p>	<p>$\cos \alpha = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$, így $\alpha = 60^\circ$.</p>
Összesen:		3 pont

17. a) második megoldás		
<p>A D csúcson keresztül párhuzamost húzunk a BC szárral, ami az AB alapot az E pontban metszi. Mivel az $EBCD$ négyszög paralelogramma, ezért $EB = 12$ cm.</p> 	1 pont	
<p>Az AED háromszög minden oldala 12 cm hosszú, azaz a háromszög szabályos, így a kérdéses szög valóban 60°-os.</p>	2 pont	
Összesen:	3 pont	

17. b) első megoldás		
<p>Az ABD háromszögben a koszinusztétel alapján: $BD^2 = 24^2 + 12^2 - 2 \cdot 24 \cdot 12 \cdot \cos 60^\circ$,</p>	1 pont	<p><i>A BCD háromszögben a koszinusztétel alapján:</i> $BD^2 = 12^2 + 12^2 - 2 \cdot 12 \cdot 12 \cdot \cos 120^\circ$.</p>
<p>amiből $BD = \sqrt{432} \approx 20,8$ cm.</p>	2 pont	
Összesen:	3 pont	

17. b) második megoldás		
	1 pont	
<p>A trapéz DT magasságának hossza (például a Pitagorasz-tétel alapján): $\sqrt{108} = 6\sqrt{3} \approx 10,4$ cm.</p>		
<p>A DTB háromszögben a Pitagorasz-tétel alapján: $BD^2 = 18^2 + \sqrt{108}^2 = 432$,</p>	1 pont	
<p>amiből $BD = \sqrt{432} \approx 20,8$ cm.</p>	1 pont	
Összesen:	3 pont	

17. c)		
A keletkező test egy csonkakúp. A csonkakúp alapkörének sugara 12 cm, fedőkörének sugara 6 cm.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
A csonkakúp magassága: $\sqrt{12^2 - 6^2} = \sqrt{108} \approx 10,4$ cm.	1 pont	
A csonkakúp térfogata: $V = \frac{\sqrt{108} \cdot \pi}{3} \cdot (12^2 + 12 \cdot 6 + 6^2) \approx 2742 \text{ cm}^3$.	2 pont	
Összesen:	4 pont	

17. d) első megoldás		
Az egyes sorokba kerülő szőlőtőkék darabszámai egy olyan számtani sorozat egymást követő tagjai, amelynek első tagja 120, n -edik tagja 240.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
A feladat szövege alapján $S_n = \frac{120+240}{2} \cdot n = 7380$,	1 pont	
amiből $n = 41 (\geq 20)$.	1 pont	
Ekkor $240 = 120 + (41 - 1) \cdot d$,	1 pont	
amiből $d = 3$.	1 pont	
Az első 20 sorba $S_{20} = \frac{2 \cdot 120 + 19 \cdot 3}{2} \cdot 20 = 2970$ tőkét ültettek, ennyi tehát az olaszrizlingtőkék száma.	2 pont	$a_{20} = 120 + 19 \cdot 3 = 177$ $S_{20} = \frac{120+177}{2} \cdot 20 = 2970$
Összesen:	7 pont	

17. d) második megoldás		
Az egyes sorokba kerülő szőlőtőkék darabszámai egy olyan számtani sorozat egymást követő tagjai, amelynek első tagja 120, n -edik tagja 240.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
Ha a sorozat differenciája $d (\neq 0)$, akkor a tagok száma $n = \frac{240-120}{d} + 1$	1 pont	$240 = 120 + (n-1)d$ $d = \frac{120}{n-1}$ (mivel $n \neq 1$).
$S_n = \frac{2 \cdot 120 + \left(\frac{120}{d} + 1 - 1\right)d}{2} \cdot \left(\frac{120}{d} + 1\right) =$ $= 180 \cdot \left(\frac{120}{d} + 1\right) = 7380$	1 pont	$\frac{2 \cdot 120 + (n-1) \cdot \frac{120}{n-1}}{2} \cdot n =$ $= 180 \cdot n = 7380$
Ebből $d = 3$,	1 pont	$n = 41$
és $n = 41 (\geq 20)$.	1 pont	$d = 3$
Az első 20 sorba $S_{20} = \frac{2 \cdot 120 + 19 \cdot 3}{2} \cdot 20 = 2970$ tőkét ültettek, ennyi tehát az olaszrizlingtőkék száma.	2 pont	
Összesen:	7 pont	

18. a)		
	2 pont	
Összesen:		2 pont

18. b)		
Egy négyszögöl $\frac{10\,000}{2780} \approx 3,597 \text{ m}^2$,	1 pont	
tehát egy öl $\sqrt{3,597} \approx 1,9$ méter.	2 pont	
Összesen:		3 pont

18. c) első megoldás		
A 14 család közül a 12 nyertest $\binom{14}{12} = 91$ -féleképpen lehet kiválasztani (összes eset száma).	2 pont	<i>A 2 vesztest $\binom{14}{2}$-féleképpen lehet kiválasztani.</i>
Ha mindkét család nyer, akkor a többi 10 nyertest a többi 12 család közül $\binom{12}{10} = 66$ -féleképpen lehet kiválasztani (kedvező esetek száma).	2 pont	<i>$\binom{12}{2}$ olyan eset van, amikor a 2 vesztes család a többi 12 család közül kerül ki.</i>
A kérdéses valószínűség $\frac{66}{91} \approx 0,725$.	1 pont	
Összesen:		5 pont

18. c) második megoldás		
Rendezzük meg úgy a sorsolást, hogy 12 „nyert” és 2 „nem nyert” feliratú cédula közül húznak egyet-egyét a családok. Feltehetjük, hogy a Kovács és a Szabó család húz először.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
Annak valószínűsége, hogy a Kovács család nyer: $\frac{12}{14}$.	1 pont	
Annak valószínűsége, hogy miután a Kovács család nyert, a Szabó család is nyer: $\frac{11}{13}$.	1 pont	
A kérdéses valószínűség ezek szorzata, azaz $\frac{12}{14} \cdot \frac{11}{13} \approx 0,725$.	2 pont	
Összesen:	5 pont	

18. d)		
Jelölje (méterben) egy telek rövidebb oldalát a , hosszabb oldalát b . Ekkor a feladat szövege alapján: $\left. \begin{aligned} 2a + 4b &= 228 \\ 4a + 2b &= 156 \end{aligned} \right\}$	2 pont	
Az első egyenletből $a = 114 - 2b$,	1 pont	<i>Az első egyenlet kétszereséből a második egyenletet kivonva:</i>
amit a másodikba helyettesítve és a zárójelet felbontva kapjuk, hogy $456 - 8b + 2b = 156$,	1 pont	$6b = 300$,
amiből $b = 50$ méter,	1 pont	
így $a = (114 - 2 \cdot 50 =) 14$ méter.	1 pont	
Egy telek területe $14 \cdot 50 = 700 \text{ m}^2$.	1 pont	
Összesen:	7 pont	