ÉRETTSÉGI VIZSGA ● 2016. május 3.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI ÉRETTSÉGI VIZSGA

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTÉRIUMA

Fontos tudnivalók

Formai előírások:

1. Kérjük, hogy a dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől **eltérő színű tollal, olvashatóan** javítsa ki.
2. A feladatok mellett található szürke téglalapok közül az elsőben a feladatra adható maximális pontszám van, a javító által adott **pontszám a** mellette levő **téglalapba** kerüljön.
3. **Kifogástalan megoldás** esetén kérjük, hogy a maximális pontszám feltüntetése mellett kipipálással jelezze, hogy az adott gondolati egységet látta, és jónak minősítette.
4. Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy **a hiba jelzése** mellett az egyes **részpontszámokat** is írja rá a dolgozatra. Ha a dolgozat javítását jobban követhetővé teszi, akkor a vizsgázó által elvesztett részpontszámok jelzése is elfogadható. Ne maradjon olyan részlet a megoldásban, amelyről a javítás után nem nyilvánvaló, hogy helyes, hibás vagy fölösleges.
5. A javítás során **alkalmazza az alábbi jelöléseket.**
   - helyes lépés: *kipipálás*
   - elvi hiba: *kétszeres aláhúzás*
   - számolási hiba vagy más, nem elvi hiba: *egyszeres aláhúzás*
   - rossz kiinduló adattal végzett helyes lépés: *szaggatott* vagy *áthúzott kipipálás*
   - hiányos indoklás, hiányos felsorolás vagy más hiány: *hiányjel*
   - nem érthető rész: *kérdőjel* és/vagy *hullámvonal*
6. Az ábrán kívül **ceruzával** írt részeket ne értékelje.

Tartalmi kérések:

1. Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól **eltérő megoldás** születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit, és ennek alapján pontozzon.
2. A pontozási útmutató pontjai tovább **bonthatók, hacsak az útmutató másképp nem rendelkezik**. Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
3. Ha a megoldásban **számolási hiba**, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, és a megoldandó probléma lényegében nem változik meg, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
4. **Elvi hibát** követően egy gondolati egységen belül (ezeket az útmutatóban kettős vonal jelzi) a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel – mint kiinduló adattal – helyesen számol tovább a következő gondolati egységekben vagy részkérdésekben, akkor ezekre a részekre kapja meg a maximális pontot, ha a megoldandó probléma lényegében nem változott meg.
5. Ha a megoldási útmutatóban zárójelben szerepel egy **megjegyzés** vagy **mértékegység,** akkor ennek hiánya esetén is teljes értékű a megoldás.

6. Egy feladatra adott többféle megoldási próbálkozás közül **a vizsgázó által megjelölt változat értékelhető**. A javítás során egyértelműen jelezze, hogy melyik változatot értékelte, és melyiket nem.
7. A megoldásokért **jutalompont** (az adott feladatra vagy feladatrészre előírt maximális pontszámot meghaladó pont**) nem adható**.
8. Egy feladatra vagy részfeladatra adott összpontszám **nem lehet negatív**.
9. Az olyan részszámításokért, részlépésekért **nem jár pontlevonás**, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használ fel.
10. Az **ábrák** bizonyító erejű felhasználása (például adatok leolvasása méréssel) nem elfogadható.
11. **Valószínűségek** megadásánál (ha a feladat szövege másképp nem rendelkezik) a százalékban megadott helyes válasz is elfogadható.
12. Ha egy feladat szövege nem ír elő kerekítési kötelezettséget, akkor az útmutatóban megadottól eltérő, **észszerű és helyes kerekítésekkel** kapott rész- és végeredmény is elfogadható.
13. **A vizsgafeladatsor II. B részében kitűzött 3 feladat közül csak 2 feladat megoldása értékelhető.** A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben – feltehetőleg – megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, amelynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani. Ha a vizsgázó nem jelölte meg, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, és a választás ténye a dolgozatból sem derül ki egyértelműen, akkor a nem értékelendő feladat automatikusan a kitűzött sorrend szerinti utolsó feladat lesz.

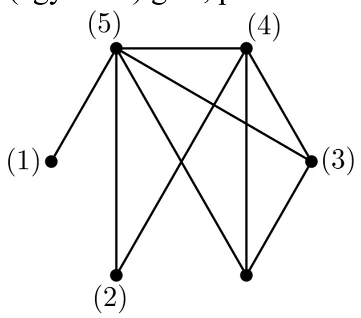
I.

1.		
$G \cap H = \{1; 2; 4\}$	1 pont	
$H \setminus G = \{8; 16\}$	1 pont	
Összesen:	**2 pont**	

2.		
980 (Ft)	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

3.		
$x = 4096$	2 pont	$x = 4^6$
Összesen:	**2 pont**	

4.		
$(9 \cdot 9 \cdot 8 =) 648$	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

5.		
a) Megfelelő (egyszerű) gráf, például: 	2 pont	
b) 3	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

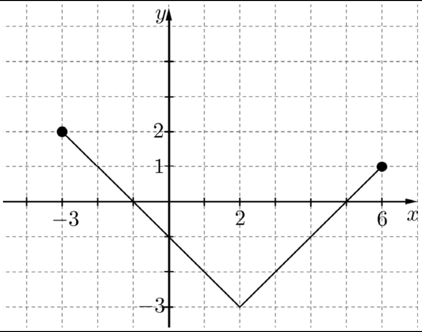
6.		
$x \approx 3{,}322$	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

Megjegyzés: Ha a vizsgázó nem a megadott pontossággal kerekít vagy rosszul kerekít, akkor legfeljebb 1 pontot kaphat.

7.		
A: hamis B: igaz C: hamis	2 pont	*2 jó válasz esetén 1 pont, 1 jó válasz esetén 0 pont jár.*
Összesen:	**2 pont**	

8.		
A sorozat differenciája: $d = -12$,	1 pont	
első tagja: $a_1 = a_4 - 3d =$	1 pont	$a_3 = 19$, $a_2 = 31$
$= 43$.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

9.		
C és D	2 pont	*1 jó válasz vagy 2 jó és 1 rossz válasz esetén 1 pont jár.*
Összesen:	**2 pont**	

10.		
		
A függvény grafikonja az abszolútérték-függvény grafikonjából származik,	1 pont	
minimuma az $x = 2$ helyen	1 pont	
–3,	1 pont	
és a megadott halmazra van szűkítve.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

11.		
$x = \frac{\pi}{2} + k \cdot 2\pi \ (k \in \mathbf{Z})$	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

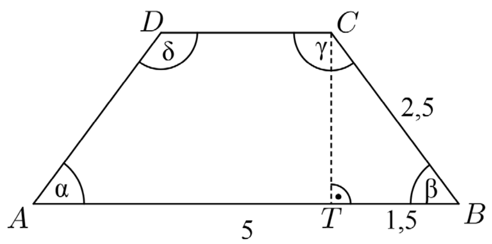
Megjegyzés: Az $x = 90° + k \cdot 360°$ *, illetve az* $x = \frac{\pi}{2}$ *válaszért 1 pont jár.*

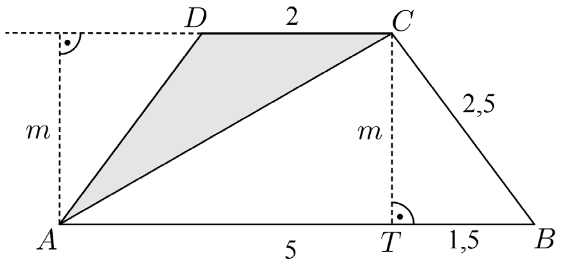
12.		
Az összes lehetséges húzás száma $\binom{5}{3} =$	1 pont	*A kihúzott számok sorrendjét is figyelembe véve:* $5 \cdot 4 \cdot 3 =$
$= 10$.	1 pont	$= 60$.
A kedvező esetek száma 1,	1 pont	$3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$
így a kérdéses valószínűség $\frac{1}{10} = 0{,}1$.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

II. A

13. a)		
$7-2x-10=\frac{x+6}{4}+\frac{2x+4}{4}$	1 pont	
$-2x-3=\frac{3x+10}{4}$	1 pont	$-12-8x=x+6+2x+4$
$x=-2$	2 pont	
Ellenőrzés behelyettesítéssel vagy ekvivalenciára hivatkozással.	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

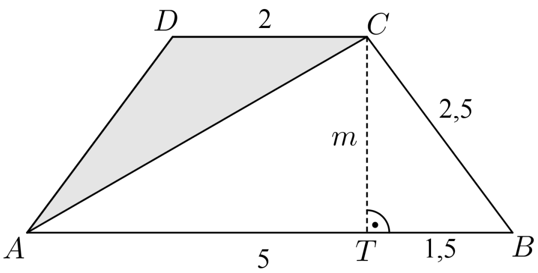
13. b)		
Az $x^2-x-2=0$ egyenlet gyökei: $x_1=-1$ és $x_2=2$.	2 pont	
Mivel a másodfokú kifejezés főegyütthatója pozitív,	1 pont	*Ez a pont jár egy megfelelő ábráért is.*
így az egyenlőtlenség megoldáshalmaza: [–1; 2].	2 pont	$-1\le x\le 2$
Összesen:	**5 pont**	

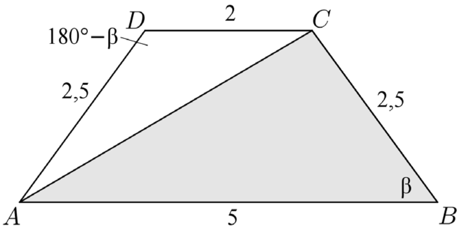
14. a)		
A húrtrapéz alapon fekvő szögei egyenlők.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
A trapéz *C*-ből induló magasságát berajzolva $TB = 1,5$ (cm). 	1 pont	
A *BCT* derékszögű háromszögben $\cos\beta=\frac{1,5}{2,5}=0,6$.	1 pont	
Ebből $\beta=\alpha\approx 53,13°$,	1 pont	
valamint $\gamma=\delta=180°-\beta\approx 126,87°$.	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

14. b) **első megoldás**		
 Az *ABC* háromszögben az *AB* oldalhoz tartozó magasság ugyanakkora, mint az *ACD* háromszögben a *DC* oldalhoz tartozó magasság.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
BCT háromszögben felírva a Pitagorasz-tételt: $m = \sqrt{2{,}5^2 - 1{,}5^2} = 2$ (cm).	1 pont*	
$T_{ABC} = \frac{5 \cdot 2}{2} = 5$ (cm^2)	1 pont*	
$T_{ACD} = \frac{2 \cdot 2}{2} = 2$ (cm^2)	1 pont*	
$\frac{T_{ABC}}{T_{ACD}} = \frac{5}{2}$	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

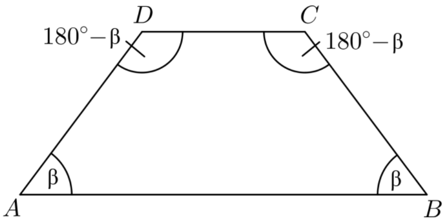
*Megjegyzés: A *-gal jelölt 3 pontot az alábbi gondolatért is megkaphatja a vizsgázó:*

Így az *ABC* és *ADC* háromszögek területének aránya az *AB* és a *CD* oldal hosszának arányával egyenlő.	3 pont	

14. b) **második megoldás**		
 A *BCT* háromszögben felírva a Pitagorasz-tételt: $m = \sqrt{2{,}5^2 - 1{,}5^2} = 2$ (cm).	1 pont	
$T_{ABC} = \frac{5 \cdot 2}{2} = 5$ (cm^2)	1 pont	
$T_{ABCD} = \frac{(5+2) \cdot 2}{2} = 7$ (cm^2)	1 pont	
$T_{ACD} = T_{ABCD} - T_{ABC} = 2$ (cm^2)	1 pont	
$\frac{T_{ABC}}{T_{ACD}} = \frac{5}{2}$	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

14. b) harmadik megoldás		
 A húrtrapéz szemközti szögei 180°-ra egészítik ki egymást.	1 pont	
$T_{ABC} = \dfrac{5 \cdot 2{,}5 \cdot \sin\beta}{2}$	1 pont	
$T_{ACD} = \dfrac{2 \cdot 2{,}5 \cdot \sin(180° - \beta)}{2} =$	1 pont	
$= \dfrac{2 \cdot 2{,}5 \cdot \sin\beta}{2}$	1 pont	
$\dfrac{T_{ABC}}{T_{ACD}} = \dfrac{5}{2}$	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

14. c) első megoldás		
Mivel a trapéz belső szögeinek összege 360°, így a négy ív hossza összesen egy 5 mm sugarú kör kerületével egyenlő.	1 pont	
$K = 2 \cdot 5 \cdot \pi =$	1 pont	
$= 10\pi$ ($\approx 31{,}42$) mm.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

14. c) második megoldás		
 Az 5 mm sugarú körben a β középponti szöghöz tartozó körív hossza $\dfrac{\beta}{360°} \cdot 2 \cdot 5 \cdot \pi$ (mm).	1 pont	*Az ívek hossza összesen:* $2 \cdot \dfrac{\beta}{360°} \cdot 2 \cdot 5 \cdot \pi +$ $+ 2 \cdot \dfrac{180° - \beta}{360°} \cdot 2 \cdot 5 \cdot \pi =$
Az ívek hossza összesen: $\approx 2 \cdot \dfrac{53{,}13°}{360°} \cdot 2 \cdot 5 \cdot \pi + 2 \cdot \dfrac{126{,}87°}{360°} \cdot 2 \cdot 5 \cdot \pi \approx$	1 pont	$= 2 \cdot \dfrac{180°}{360°} \cdot 2 \cdot 5 \cdot \pi =$
$\approx (2 \cdot 4{,}64 + 2 \cdot 11{,}07 =)$ 31,42 mm.	1 pont	$= 10\pi$ mm.
Összesen:	**3 pont**	

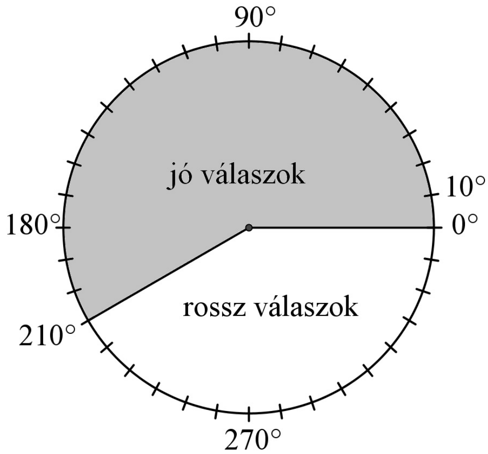
15. a)		
Az I. ajánlatban Péter havi fizetései egy 5000 differenciájú számtani sorozat egymást követő tagjai, ahol a sorozat első tagja 200 000. Az első 48 tag összegét kell kiszámolni.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
$S_{48} = \frac{2 \cdot 200\,000 + 47 \cdot 5000}{2} \cdot 48 =$	1 pont	
= 15 240 000 (Ft).	1 pont	
Az II. ajánlatban Péter havi fizetései egy 1,02 hányadosú mértani sorozat egymást követő tagjai, ahol a sorozat első tagja 200 000. Az első 48 tag összegét kell kiszámolni.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
$S'_{48} = 200\,000 \cdot \frac{1{,}02^{48} - 1}{1{,}02 - 1} \approx$	1 pont	
≈ 15 870 700 (Ft).	1 pont	
A II. ajánlatot érdemes választania.	1 pont	
Összesen:	**7 pont**	

15. b) első megoldás		
A 8 óra munkával töltött januári napok számát jelölje x, ekkor a 9 óra munkával eltöltött napok száma: $22 - (4 + 5 + 3 + x) = 10 - x$.	2 pont	
Továbbá a feladat szövege alapján $8 = \frac{4 \cdot 6 + 5 \cdot 7 + x \cdot 8 + (10 - x) \cdot 9 + 3 \cdot 10}{22}$,	1 pont	
amiből $x = 3$.	2 pont	
Péter januárban 3 napon dolgozott 8 órát, és 7 napon dolgozott 9 órát (és ez megfelel a feladat feltételeinek).	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

Megjegyzés: Ha a vizsgázó a 11 lehetséges egész értéket $(0 \le x \le 10)$ *kipróbálva helyes következtetésre jut, akkor ezért teljes pontszámot kapjon.*

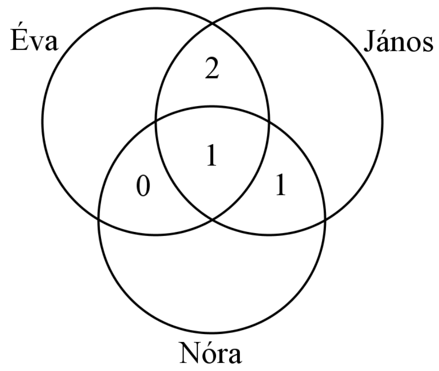
15. b) második megoldás		
Péter havi munkaideje $(22 \cdot 8 =)$ 176 óra.	1 pont	
Azon a 12 napon, amikor 6, 7 vagy 10 órát dolgozott, összesen $(4 \cdot 6 + 5 \cdot 7 + 3 \cdot 10 =)$ 89 órát dolgozott.	1 pont	
Tehát azon a 10 napon, amikor 8 vagy 9 órát dolgozott, összesen $(176 - 89 =)$ 87 órát dolgozott.	1 pont	
Ha mind a 10 napon 8 (9) órát dolgozott volna, akkor összesen 80 (90) órát dolgozott volna, ami 7-tel kevesebb (3-mal több), mint 87.	2 pont	
Így Péter januárban 3 napon dolgozott 8 órát, és 7 napon dolgozott 9 órát (és ez megfelel a feladat feltételeinek).	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

II. B

16. a)		
A jó válaszok száma 35, a rossz válaszok száma 25.	1 pont	
A 10 diák összesen 60 választ adott, így 1 válasz 6°-nak felel meg a diagramon.	1 pont	*Ezek a pontok járnak, ha ezek a gondolatok csak a megoldásból derülnek ki.*
A jó válaszok számát egy 210°-os körcikk, a rossz válaszokat egy 150°-os körcikk szemlélteti.	1 pont	
	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

16. b)		
Ha az állítás igaz lenne, akkor a tanulók összesen 5 + 6 + 6 + 7 + 6 + 6 = 36 pontot szereztek volna.	2 pont	
(A feladat szövege szerint összesen 35 pontot értek el, ezért) az állítás hamis.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

16. c) első megoldás		
A mindhármuk által megoldott feladattal összesen 3 pontot szereztek.	1 pont	
A pontosan kettejük által jól megoldott feladatok száma (3 – 1 =) 2, (2 – 1 =) 1 és (1 – 1 =) 0,	1 pont	
melyek összesen 4, 2, illetve 0 pontot érnek.	1 pont	
Az a két feladat, amit csak egy diák oldott meg helyesen, 2 pontot ér,	1 pont	
így összesen 3 + 4 + 2 + 2 = 11 pontot szereztek.	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

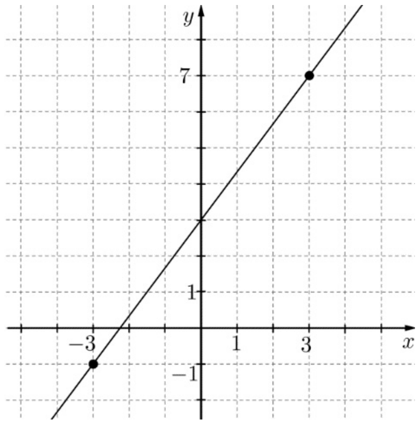
16. c) **második megoldás**		
(Írjuk egy Venn-diagram megfelelő részeibe a legalább két diák által jól megoldott feladatok számát.) 	2 pont	
Azért a két feladatért, amit csak egy diák oldott meg helyesen, 2 pont jár.	1 pont	
Összesen $3 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 2 = 11$ pontot szereztek.	2 pont	
Összesen:	**5 pont**	

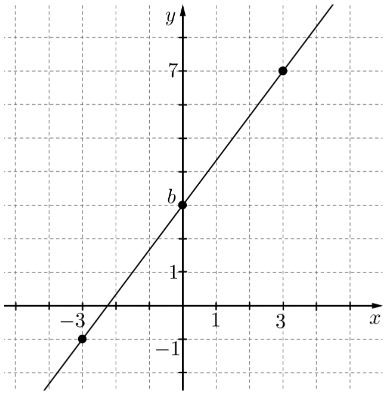
16. d) **első megoldás**		
$3^6 = 729$ különböző kitöltése van a tesztnek (összes eset száma).	1 pont	
A kedvező esetek számát úgy kapjuk, hogy az összes eset számából kivonjuk a kedvezőtlen esetek számát.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
Egy válasz sem helyes $2^6 = 64$ esetben.	1 pont	
Legalább egy válasz helyes 729 – 64 = 665 esetben (kedvező esetek száma).	1 pont	
A kérdéses valószínűség $\frac{665}{729}$ (≈ 0,91).	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

16. d) **második megoldás**		
Annak valószínűsége, hogy egy válasz hibás: $\frac{2}{3}$.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
Annak valószínűsége, hogy mind a hat válasz hibás: $\left(\frac{2}{3}\right)^6$.	1 pont	*P(n) jelölje annak a valószínűségét, hogy pontosan n válasz jó.* $P(1) \approx 0{,}2634$ $P(2) \approx 0{,}3292$ $P(3) \approx 0{,}2195$ $P(4) \approx 0{,}0823$ $P(5) \approx 0{,}0165$ $P(6) \approx 0{,}0014$
Annak valószínűsége, hogy legalább egy válasz jó: $1-\left(\frac{2}{3}\right)^6 \approx$	2 pont	
≈ 0,91.	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

17. a) **első megoldás**		
A háromszög súlypontjának koordinátái a csúcsok megfelelő koordinátáinak számtani közepe, így a $C(c_1;c_2)$ pontra:	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
$0=\frac{-3+3+c_1}{3}$, ahonnan $c_1=0$,	1 pont	
illetve $0=\frac{-1+7+c_2}{3}$, ahonnan $c_2=-6$.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

17. a) **második megoldás**		
Az *AB* szakasz felezőpontja: *F*(0; 3).	1 pont	
Mivel az origó a *CF* szakasz *C*-től távolabbi harmadolópontja,	1 pont	
így *C*(0; –6).	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

17. b) **első megoldás**		
	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha a vizsgázó ábra nélkül helyesen oldja meg a feladatot.*
(A grafikon egy egyenes.) Az egyenes meredeksége: $m=\frac{7-(-1)}{3-(-3)}=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha a vizsgázó helyesen olvassa le az ábráról a meredekséget.*
A (3; 7) ponton átmenő $\frac{4}{3}$ meredekségű egyenes egyenlete: $y-7=\frac{4}{3}(x-3)$.	2 pont	*A (–3; –1) ponton átmenő $\frac{4}{3}$ meredekségű egyenes egyenlete:* $y+1=\frac{4}{3}(x+3)$.
A hozzárendelési utasítás: $x \mapsto \frac{4}{3}x+3$.	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

17. b) második megoldás		
	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha a vizsgázó ábra nélkül helyesen oldja meg a feladatot.*
(A grafikon egy egyenes.) A két adott pont által meghatározott szakasz felezőpontja az *y* tengelyen van,	1 pont	
így $b = \frac{-1+7}{2} = 3$.	1 pont	
A keresett egyenes meredeksége: $m = \frac{7-3}{3-0} = \frac{4}{3}$.	1 pont	$m = \frac{1-(-7)}{3-(-3)} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$
A hozzárendelési utasítás: $x \mapsto \frac{4}{3}x + 3$.	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

17. b) harmadik megoldás		
A lineáris függvényt $y = mx + b$ alakban keressük.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
Behelyettesítés után: $\left.\begin{array}{r} -1 = -3m + b \\ 7 = 3m + b \end{array}\right\}$.	1 pont	
Ebből $b = 3$.	1 pont	
Ezt visszahelyettesítve: $m = \frac{4}{3}$.	1 pont	
A hozzárendelési utasítás: $x \mapsto \frac{4}{3}x + 3$.	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

17. b) negyedik megoldás		
(A grafikon egy egyenes.) A két adott ponton átmenő egyenes egyenletébe behelyettesítve: $(3-(-3))(y-(-1)) = (7-(-1))(x-(-3))$.	2 pont	
$6(y+1) = 8(x+3)$	1 pont	
$y = \frac{4}{3}x + 3$	1 pont	
A hozzárendelési utasítás: $x \mapsto \frac{4}{3}x + 3$.	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

17. b) **ötödik megoldás**		
(A grafikon egy egyenes.) Az $A(-3; -1)$ és a $B(3; 7)$ pontokra illeszkedő egyenes egyenletét írjuk fel.	1 pont	
Az egyenes (egyik) irányvektora az $\overrightarrow{AB}\,(6; 8)$ vektor.	1 pont	
Az egyenes egyenlete: $8x - 6y = -18$.	1 pont	
Ebből $y = \frac{4}{3}x + 3$.	1 pont	
A hozzárendelési utasítás: $x \mapsto \frac{4}{3}x + 3$.	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

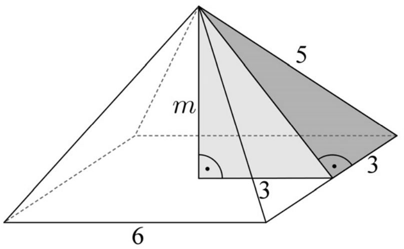
17. c) **első megoldás**		
A kérdéses pontot P-vel jelölve (a Thalész-tétel megfordítása miatt) az ABP háromszög köré írt körének átmérője az AB szakasz.	1 pont	*Ezek a pontok akkor is járnak, ha ezek a gondolatok csak a megoldásból derülnek ki.*
A kör és az x tengely metszéspontja a P pont.	1 pont	
A kör középpontja az AB szakasz felezőpontja: $\left(\frac{-3+3}{2}; \frac{-1+7}{2}\right) = (0; 3)$.	1 pont	
A kör sugara $r = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{(-3-3)^2 + (-1-7)^2}}{2} = 5$.	1 pont	
A háromszög köré írható kör egyenlete: $x^2 + (y-3)^2 = 25$.	1 pont	
A kör x tengellyel való metszéspontját az $y = 0$ helyettesítéssel kapjuk, így $x^2 + 9 = 25$.	1 pont	
$x_1 = 4$	1 pont	
$x_2 = -4$	1 pont	
Tehát $P_1(4; 0)$ és $P_2(-4; 0)$.	1 pont	
Összesen:	**9 pont**	

Megjegyzések:
1. Ha a vizsgázó indoklás nélkül adja meg a P_1 és P_2 pontokat, akkor ezért 1-1 pontot kapjon.
2. Ha a vizsgázó egy ábra alapján (további indoklás nélkül) az AB átmérőjű kör segítségével adja meg a P_1 és P_2 pontokat, akkor ezért 4 pontot kapjon.
3. Ha számítással igazolja, hogy ezekből a pontokból derékszögben látszik az AB szakasz, akkor ezért további 1-1 pontot kapjon.

17. c) második megoldás

A kérdéses pontot P-vel jelöljük. Mivel a P pont az x tengelyen van, így a második koordinátája 0. Legyen $P(x;\,0)$.	1 pont	
$\overrightarrow{PA}=(-3-x;-1)$ és $\overrightarrow{PB}=(3-x;\,7)$	2 pont	
$\overrightarrow{PA}$ és $\overrightarrow{PB}$ vektorok pontosan akkor merőlegesek egymásra, ha $\overrightarrow{PA}$ és $\overrightarrow{PB}$ vektorok skaláris szorzata 0.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
$(-3-x)\cdot(3-x)+(-1)\cdot 7=0$	1 pont	
$x^2-9-7=0$	1 pont	
$x_1=4$	1 pont	
$x_2=-4$	1 pont	
Tehát $P_1(4;0)$ és $P_2(-4;0)$.	1 pont	
Összesen:	**9 pont**	

18. a)

Egy 11 cm oldalú kocka térfogata 1331 cm^3.	1 pont	
 Az oldallap magassága Pitagorasz-tétellel: $\sqrt{5^2-3^2}=4$.	1 pont	*Az alaplap átlójának hossza* $6\cdot\sqrt{2}$.
A test m magassága Pitagorasz-tétellel: $m=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$ ($\approx 2{,}65$ cm).	1 pont	$m=\sqrt{5^2-(3\cdot\sqrt{2})^2}=\sqrt{7}$
$V_{\text{gúla}}=\dfrac{6^2\cdot\sqrt{7}}{3}$ $(=12\sqrt{7}\approx 31{,}75\text{ cm}^3)$.	1 pont	
$\dfrac{1331}{V_{\text{gúla}}}\approx 41{,}9$	1 pont	
Egy kockából legfeljebb 41 gyertya önthető.	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

18. b)

Az alaplapot kétféleképpen lehet kiszínezni.	1 pont	
Az oldallapok lehetnek ugyanolyan színűek, mindegyik kék, vagy mindegyik zöld (két eset).	1 pont	
Lehet három oldallap zöld és egy kék, vagy három oldallap kék és egy zöld (két eset).	1 pont	
Olyan festésből, amikor két oldallap zöld és két oldallap kék, szintén kétféle lehet, attól függően, hogy az ugyanolyan színű lapok szomszédosak vagy szemköztiek.	1 pont	

Az oldallapokat tehát hatféleképpen lehet kiszínezni.	1 pont	
Összesen $2 \cdot 6$ = 12-féle különböző színezés készíthető.	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

18. c) első megoldás		
(Ha az azonos színű lánggal égőket megkülönböztetjük egymástól, akkor) Zsófi összesen $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$-féleképpen választhatja ki az első három gyertyát.	1 pont	
A háromféle szín sorrendje $3! = 6$-féle lehet.	1 pont	
Egy adott színsorrend esetén $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ választási lehetőség van,	1 pont	
így a kedvező esetek száma $6 \cdot 8 = 48$.	1 pont	
A kérdéses valószínűség $\frac{48}{120}$ (= 0,4).	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

18. c) második megoldás		
Tekintsük úgy, hogy Zsófi egyszerre veszi ki a dobozból az első három gyertyát, amit majd (valamilyen sorrendben) meg fog gyújtani.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
Összesen $\binom{6}{3} = 20$-féleképpen választhatja ki a 3 gyertyát.	1 pont	
Minden fajtából kettő van a dobozban, így a kedvező esetek száma $\binom{2}{1} \cdot \binom{2}{1} \cdot \binom{2}{1} = 8$.	2 pont	
A kérdéses valószínűség $\frac{8}{20}$ (= 0,4).	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

18. c) harmadik megoldás		
Az első gyertya bármilyen színű lánggal éghet.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
$\frac{4}{5}$ annak a valószínűsége, hogy a második gyertya más színű lánggal ég, mint az első.	1 pont	
$\frac{2}{4}$ annak a valószínűsége, hogy a harmadik gyertya más színű lánggal ég, mint az első kettő.	1 pont	
A kérdéses valószínűség: $1 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{2}{5}$ (= 0,4).	2 pont	
Összesen:	**5 pont**	